

# Optische Beobachtung von Instabilitäten am linearen Pinch während der ersten Kontraktionsphase

Von W. HERTZ

Aus dem Forschungslaboratorium der Siemens-Schuckertwerke AG, Erlangen

(Z. Naturforsch. 17 a, 681—685 [1962]; eingegangen am 2. Mai 1962)

Mit einer Bildwandlerkamera wurden von linearen, unstabilierten Pinch-Entladungen in Wasserstoff Sweep- und Momentaufnahmen hergestellt. Aus den Sweep-Aufnahmen ist zu sehen, daß die Plasmaschicht während des ersten Einlaufens nicht gleichmäßig leuchtet, sondern Leuchtkanäle vorhanden sind, deren Entstehen durch die Rückleitergeometrie bedingt ist. Während der ersten Kontraktion treten außerdem Instabilitäten vom  $m=0$ -Typ auf, deren Amplituden und Wellenlängen an Hand von Bildserien zeitlich verfolgt werden konnten. Innerhalb der Meßgenauigkeit stimmt die beobachtete Amplitudenänderung mit theoretischen Berechnungen von WYLD aus dem Stoßwellenmodell überein<sup>1</sup>, während mit den dort ebenfalls behandelten Einzelteilchen- und Schneeflugmodellen keine experimentelle Übereinstimmung gefunden wurde.

Die nach der ersten Kontraktion in Pinch-Entladungen auftretenden Instabilitäten sind vielfach beobachtet worden. Von CURZON et al.<sup>2</sup> sind solche Instabilitäten an Argonentladungen ausgemessen und theoretisch gedeutet worden. Beobachtungen der Struktur des Plasmas während des ersten Kontraktionsvorgangs sind nur wenige veröffentlicht; in der genannten Arbeit von CURZON et al. wird beispielsweise auf Irregularitäten des Plasmas unmittelbar vor dem Pinch hingewiesen. Von GREEN und NIBLETT<sup>3</sup> und von BODIN, NEWTON und PEACOCK<sup>4</sup> liegen Arbeiten über diese Instabilitäten am Theta-pinch vor. Während i. allg. die Plasmaoberfläche während des Einlaufens beim linearen Pinch als stabil angesehen wird, wurden in unserem Labor Bildwandler-Aufnahmen von Wasserstoffentladungen hergestellt<sup>5</sup>, aus denen zu ersehen war, daß das einlaufende Plasma eine annähernd wellenförmige Struktur besitzt und daß die Amplitude dieser Wellen mit der Zeit anwächst.

In der vorliegenden Arbeit werden die Instabilitäten mit Hilfe von Bildwandler-Aufnahmen verfolgt und ausgemessen.

## 1. Stoßapparat

Die Stoßanlage ist koaxial aufgebaut. Eine 30  $\mu$ F-Kondensatorbatterie wird über eine Einzelfunkenstrecke

entladen. Das Entladungsgefäß, ein Duranglaszylinder von 50 cm Länge und 20 cm Durchmesser ist mit ebenen Aluminiumelektroden abgeschlossen. Den Rückleiter bildet ein Käfig aus 16 Stäben (8 mm  $\phi$ ), die einen Abstand von 46 mm voneinander haben. Der Wasserstoff wird über ein Palladiumfilter eingefüllt und die Apparatur wird nach jeder Entladung auf  $\leq 1 \cdot 10^{-5}$  Torr ausgepumpt. Die Ladespannung der Batterie beträgt 14 kV, der maximale Strom liegt im untersuchten Druckbereich von 0,3 bis 3 Torr zwischen 100 und 120 kA und die Stromanstiegsgeschwindigkeit erreicht Werte von 150 kA/ $\mu$ sec.

## 2. Bildwandlerapparatur

Die Schaltung der Mullard ME 1201-Bildwandler-röhre für Sweep- und Momentaufnahmen zeigt Abb. 1. Die Belichtungszeit von 0,1  $\mu$ sec für die Momentaufnahmen wird durch Tasten der Kathode mit einem negativen Rechteckimpuls erreicht. Die Impulsformung geschieht in einer der üblichen Thyatronschaltungen durch Entladen einer Verzögerungskette. Hinter der Fokussierspule der Bildwandlerröhre ist das Spulenpaar für die Sweep-Ablenkung angebracht. Diese Spulen liegen als Induktivität in einem gedämpften Reihenschwingkreis. Zur Ablenkung der Elektronen über den gesamten Leuchtschirm reicht die erste Hälfte der Stromanstiegsflanke aus, die auf diesem Stück praktisch linear verläuft. Bevor der Strom in den Ablenkspulen sein Maximum erreicht, wird die Anodenspannung am Bildwandler abgeschaltet, um Doppelbelichtungen durch den Rücklauf zu vermeiden. Mit einem Verzögerungsgenerator läßt sich der Abschaltzeitpunkt verschieben, wodurch man eine Zeiteichung der Sweep-Aufnahmen erhält.

## 3. Durchführung und Auswertung der Beobachtungen

Für die Sweep-Aufnahmen war ein 2 mm breiter Schlitz quer über das Entladungsgefäß am Rückleiter

<sup>1</sup> H. W. WYLD JR., J. Appl. Phys. **29**, 1460 [1959].

<sup>2</sup> F. L. CURZON, A. FOLKERSKI, R. LATHAM u. J. A. NATION, Proc. Roy. Soc., Lond. A **257**, 386 [1960].

<sup>3</sup> T. S. GREEN u. G. B. F. NIBLETT, Nucl. Fusion **1**, 42 [1960].

<sup>4</sup> H. A. B. BODIN, A. A. NEWTON u. N. J. PEACOCK, Nucl. Fusion **1**, 139 [1961].

<sup>5</sup> W. HERTZ, vorgetragen auf der Tagung der Physikalischen Gesellschaft Bayern, Würzburg, April 1961.



angebracht. Dieser Schlitz wurde 20-fach verkleinert auf die Photokathode abgebildet. Mit einer Schreibgeschwindigkeit von  $4 \text{ mm}/\mu\text{sec}$  und einer elektronenoptischen Vergrößerung zwischen 1,5 und 2 ergibt sich daraus eine Zeitauflösung von  $\leq 0,05 \mu\text{sec}$ . Die von den Rückleiterstäben herrührenden Streifen in den Sweep-Aufnahmen dienen als Ortsraster.

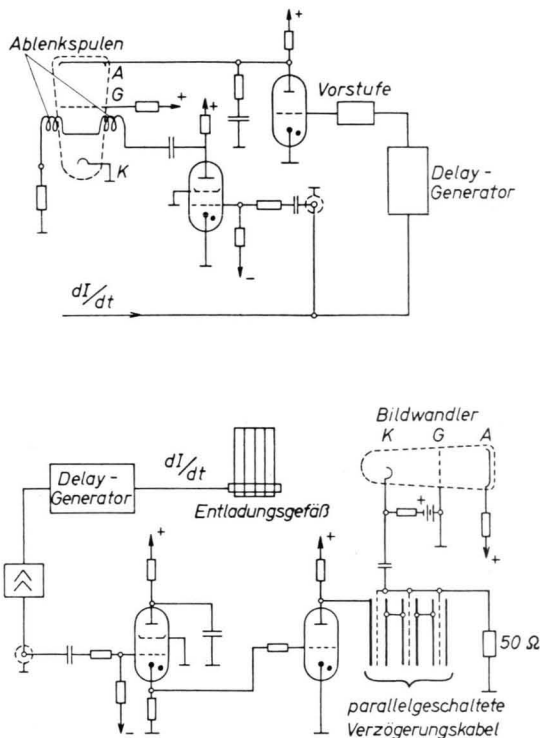


Abb. 1. Schaltungen des Mullard-Bildwändlers für Sweep-Aufnahmen (oben) und Momentaufnahmen (unten).

Die Serien der Momentaufnahmen mußten aus Bildern von aufeinanderfolgenden Entladungen zusammengestellt werden, da von jeder Entladung nur eine Momentaufnahme gemacht werden konnte. Um eine möglichst hohe Raumauflösung zu erzielen, überdeckte ein Bild den ganzen Leuchtschirm. Zur Auswertung lagen für jeden Druck mehrere Serien vor. Sie geschah in derselben Weise wie bei CURZON et al. durch Auszählen und Ausmessen der projizierten Negative. Die Reproduzierbarkeit der Entladungen ergab sich aus der Übereinstimmung wiederholter Aufnahmen.

#### 4. Beobachtungsergebnisse

##### a) Sweep-Aufnahmen

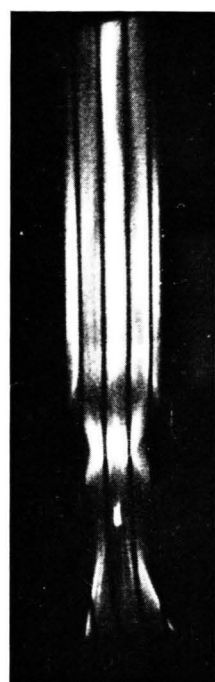
Einen Überblick über die Art der beobachteten Entladungen geben die Sweep-Aufnahmen in Abb. 2\*.

\* Abb. 2–7 auf Tafel S. 682 a–d.

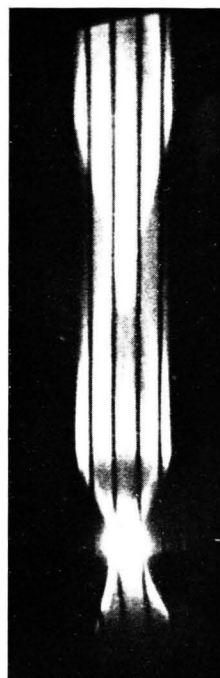
Bei Drucken von 2 Torr und darüber nimmt die Lichtintensität der zur Achse laufenden Plasmaschicht immer mehr ab. Im Bild a der Abb. 2 ist das Plasmaleuchten auf dem letzten Viertel des Durchmessers kaum mehr zu erkennen. Die Negative der Aufnahmen lassen erkennen, daß ein Teil des Plasmas während der Kontraktion nach außen abströmt. Steigt der Entladungsstrom in der zweiten Halbwelle wieder an, bildet sich am Gefäßrand erneut eine Plasmaschicht, die dann zur Achse läuft. Die in Abb. 2 a sichtbaren Dunkelräume bei 6 und  $12 \mu\text{sec}$  entsprechen den Nulldurchgängen des Stromes. Der im ersten Dunkelraum auftretende Pinch wird durch die der Leuchtschicht unmittelbar vorherlaufende Stoßwelle erzeugt. Bei Drucken unterhalb 2 Torr läuft nur eine Schicht zur Achse und erzeugt dort beim Zusammentreffen mit der reflektierten Stoßwelle einen hell leuchtenden Pinch. Dieser zeigt, was ebenfalls nur in den Negativen zu erkennen ist, einen stark leuchtenden Kern, dessen Durchmesser etwa 3 bis 4 mm am Anfang beträgt, und während das nachströmende Plasma zur Achse kommt, auf den doppelten Durchmesser anwächst. Die reflektierte Stoßwelle läßt sich in ihrem weiteren Verlauf bis zur Wand verfolgen, wo sie wiederum reflektiert wird und zur Achse läuft. Je nach Druck wiederholt sich das Ein- und Auslaufen mehrere Male, wie aus Sweep-Aufnahmen mit kleineren Schreibgeschwindigkeiten oder aus Trommelkameraaufnahmen<sup>6</sup> zu ersehen ist. Bei Drucken von 0,6 Torr an abwärts gelangen die Reflexionen nicht mehr bis zur Gefäßwand. Vielmehr wird das nach außen strömende Plasma, noch ehe es bis zur Wand kommt, durch die LORENTZ-Kräfte erneut zur Achse getrieben. Unterhalb von 0,1 Torr setzt unmittelbar nach dem Pinch Turbulenz ein.

Die einlaufende Plasmaschicht leuchtet nicht gleichmäßig, sondern läßt einzelne Streifen erkennen, aus denen zu schließen ist, daß der Strom zumindest zu einem großen Teil in einzelnen Kanälen fließt. In den Aufnahmen der Abb. 3 sind die Kanäle der höheren räumlichen Auflösung wegen deutlicher erkennbar. Es ist naheliegend, den Grund für die Entstehung dieser Kanäle in der Rückleitergeometrie zu sehen. Die Ionisation zu Beginn der Entladung setzt nämlich in der Stabnähe ein, da dort das elektrische Feld stärker ist als in den Stablücken. Für die Annahme spricht auch die Feststellung, daß in

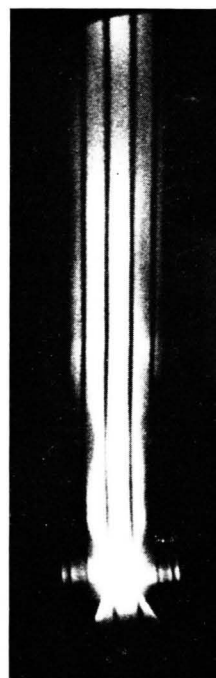
<sup>6</sup> W. FRIE, H. MAECKER, A. MICHEL, H. MOTSCHMANN u. H. SCHINDLER, Z. Naturforschg. **16 a**, 121 [1961].



a



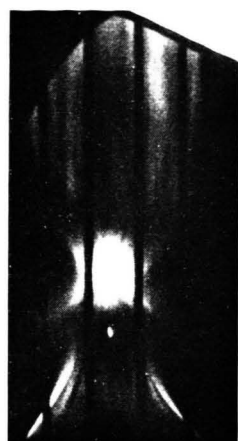
b



c



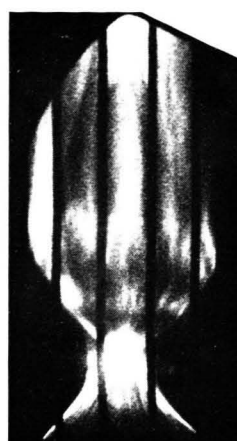
Abb. 2. Sweep-Aufnahmen von Pinch-Entladungen in  $H_2$ :  
a) 2,0 Torr; b) 1,2 Torr; c) 0,6 Torr.



a



b



c



Abb. 3. Sweep-Aufnahmen von Pinch-Entladungen in  $H_2$ :  
a) 2,5 Torr; b) 2,0 Torr; c) 1,5 Torr.

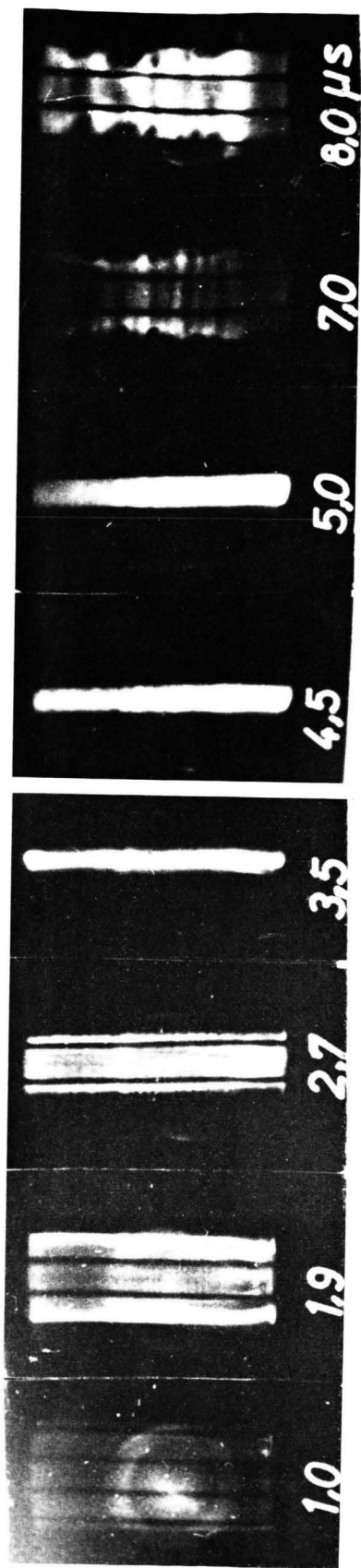


Abb. 4. Momentaufnahmen von Pinch-Entladungen in  $H_2$  bei 0.6 Torr.

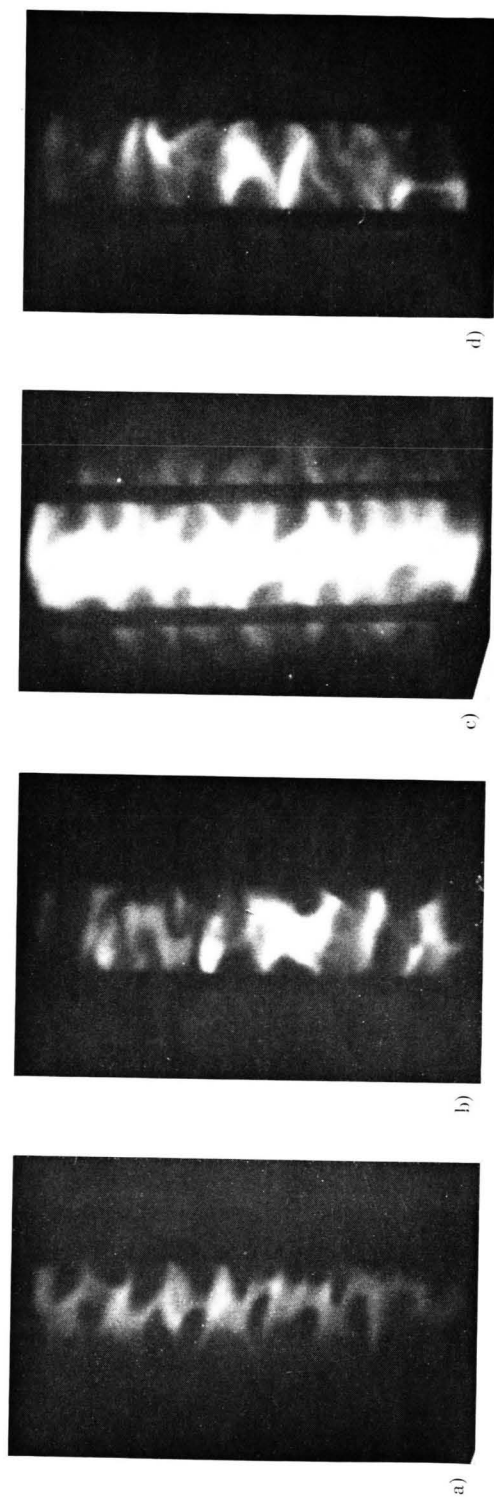
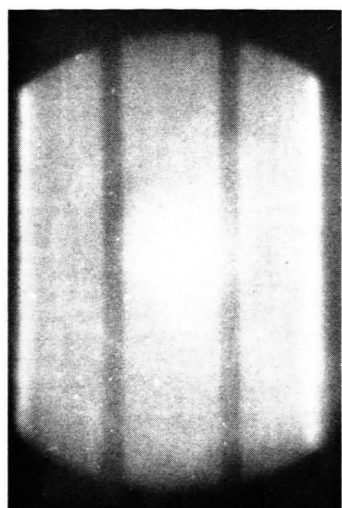
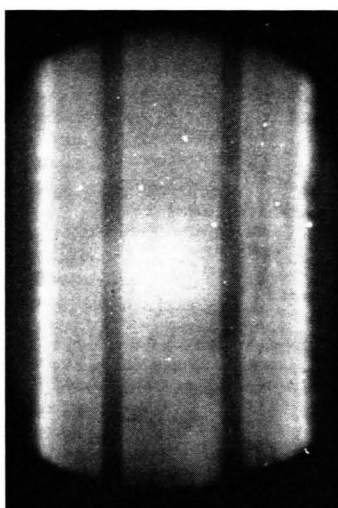


Abb. 7. Rayleigh-Taylor-Instabilitäten in  $H_2$ -Entladungen.  
a) 0.1 Torr,  $t=2.8 \mu\text{sec}$ ; b) 0.1 Torr,  $t=3.1 \mu\text{sec}$ ; c) 0.3 Torr,  $t=4.1 \mu\text{sec}$ ; d) 0.1 Torr,  $t=3.4 \mu\text{sec}$ .

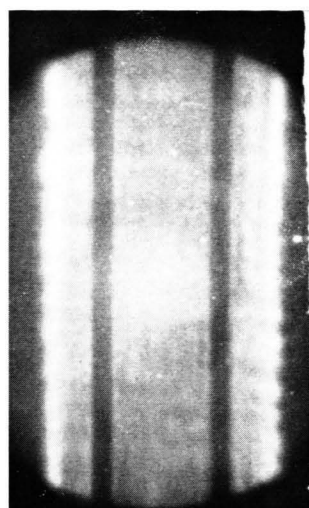




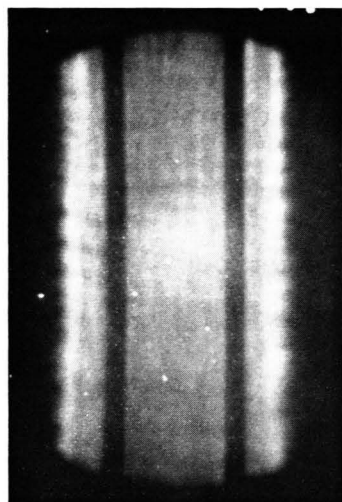
a)



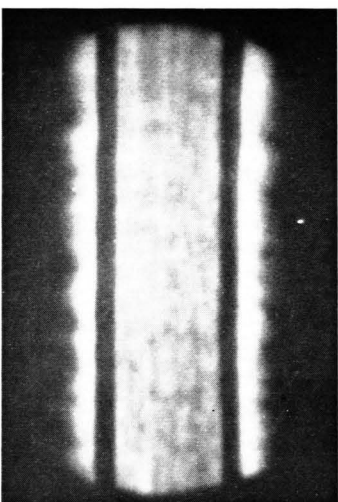
b)



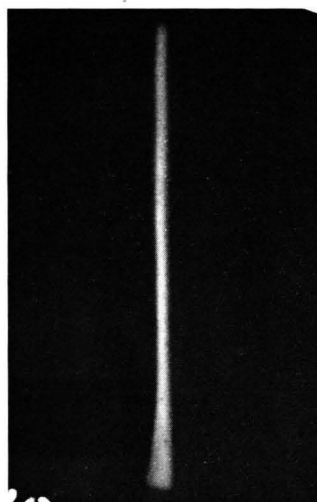
c)



d)



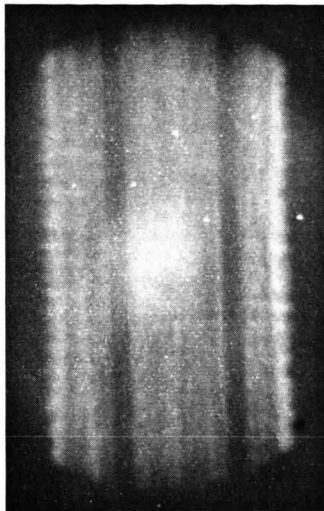
e)



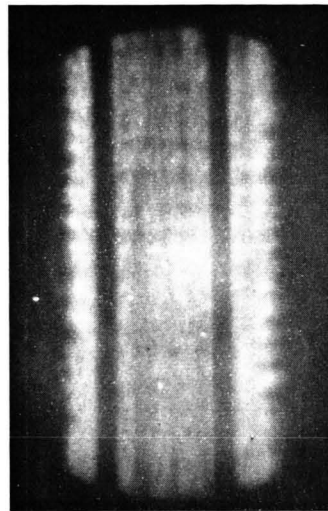
f)

Abb. 5. Momentaufnahmen bei 1,0 Torr  $H_2$ :

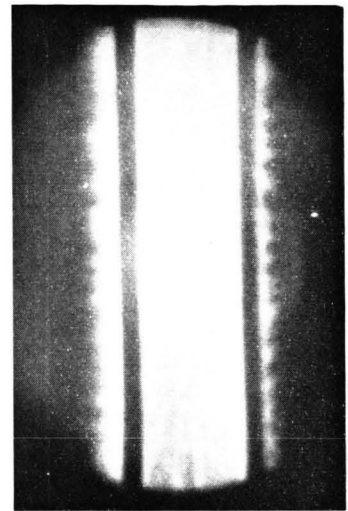
a)  $t=2,25 \mu\text{sec}$ ; b)  $t=2,6 \mu\text{sec}$ ; c)  $t=2,85 \mu\text{sec}$ ; d)  $t=3,2 \mu\text{sec}$ ; e)  $t=3,5 \mu\text{sec}$ ; f)  $t=4,3 \mu\text{sec}$ .



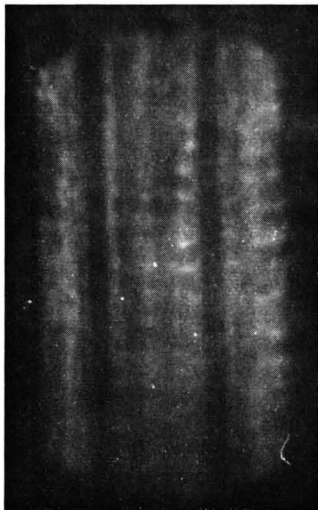
a)



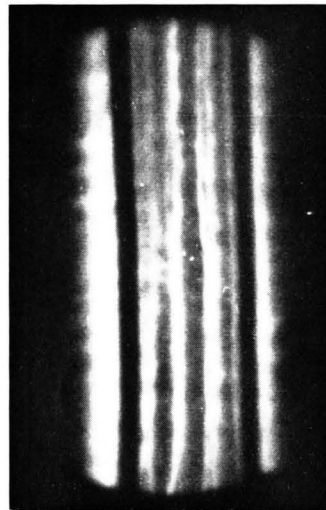
b)



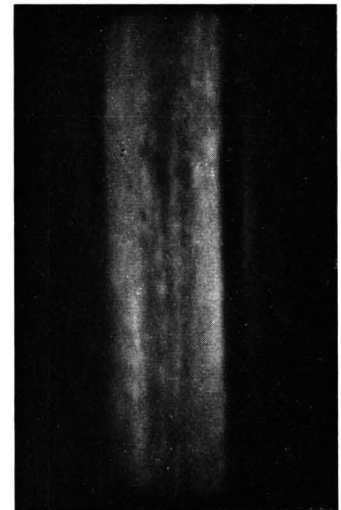
c)



d)



e)



f)

Abb. 6. Momentaufnahmen bei 0,6 Torr  $H_2$ : a)  $t=2,3 \mu\text{sec}$ ; b)  $t=2,6 \mu\text{sec}$ ; c)  $t=2,9 \mu\text{sec}$  und bei 0,3 Torr  $H_2$  d)  $t=1,7 \mu\text{sec}$ ; e)  $t=1,9 \mu\text{sec}$ ; f)  $t=2,6 \mu\text{sec}$ . Bei f) ist der Rand der Entladung durch Stäbe abgedeckt, Stabdurchmesser 8 mm.

verschiedenen Aufnahmen einige Kanäle an derselben Stelle auftreten. Eine genauere Diskussion der Leuchterscheinungen und ihre Zuordnung zum Verlauf des Entladungsstromes soll in einer späteren Arbeit folgen.

### b) Momentaufnahmen

Abb. 4 zeigt eine Aufnahmeserie bei 0,6 Torr Wasserstoff. Die Zeit, vom Entladungsbeginn an gerechnet, ist in  $\mu\text{sec}$  unter den Bildern angegeben. Das zweite und dritte Bild lassen eine Querstruktur des Plasmas erkennen, die bei allen Drucken gefunden wurde. Zur Ausmessung wurden vom Mittelteil des Gefäßes Aufnahmeserien mit höherer Raumauflösung hergestellt. Beispiele aus diesen Serien sind in Abb. 5 für 1,0 Torr  $\text{H}_2$  und in Abb. 6 bei 0,6 und 0,3 Torr zusammengestellt. Die ziemlich gleichmäßig auf der Plasmaoberfläche vorhandenen Irregularitäten wachsen in Amplitude und Wellenlänge mit der Zeit und nehmen das charakteristische Aussehen von RAYLEIGH-TAYLOR-Instabilitäten vom Typ  $m=0$  an: die dem Plasma zugewandten Täler sind abgerundet und die Berge laufen spitz aus. Im Vergleich zu den RALEIGH-TAYLOR-Instabilitäten, die sich nach dem ersten Pinch ausbilden, sind hier die Wellenlängen und Amplituden klein gegen den Entladungsdurchmesser. In Abb. 7 sind vier Beispiele für die Instabilitäten nach dem Pinch in diesen Entladungen wiedergegeben. Die in den Sweep-Aufnahmen festgestellten Kanäle finden sich auch in den Einzelaufnahmen wieder. Besonders deutlich erkennbar sind sie im mittleren Bild der unteren Reihe (0,3 Torr) der Abb. 6. Hier lassen sich die  $m=0$ -Einschnürungen auch an jedem der Kanäle feststellen.

## 5. Meßergebnisse

In Abb. 8 sind die Entladungsdurchmesser für vier verschiedene Drücke gegen die Zeit in Einheiten der für jeden Druck charakteristischen „Pinch-Zeit“  $t_p$  aufgetragen. Als Pinch-Zeit  $t_p$  gilt dabei die Zeit vom Beginn der Entladung bis zu dem Zeitpunkt, in dem der Pinch-Kern seinen kleinsten Durchmesser hat, also unmittelbar nachdem die Stoßfront in der Achse zusammengeprallt ist. Trotz der durch die Randstruktur und die Aufnahmetechnik bedingten Ungenauigkeit kann man einen für jeden Druck gültigen mittleren Entladungsdurchmesser annehmen. Durch Extrapolieren eines aus den vier Kurven gemittelten Durchmessers zum Pinch-Zeitpunkt ( $t/t_p$

= 1) findet man dort einen Entladungsdurchmesser von 30 – 35 mm. Der Pinch-Kern hingegen hat einen Durchmesser, der  $\leq 5$  mm ist. Zur Aufnahme des Kerns muß jedoch, um Verzerrungen durch Über-

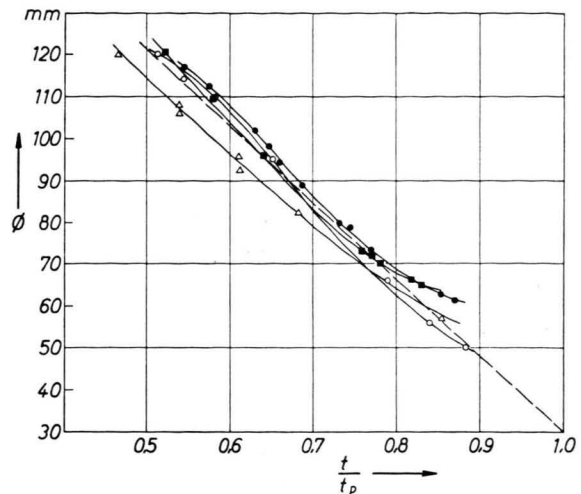


Abb. 8. Durchmesser der Entladung.

- = 0,6 Torr;  $t_p = 3,5 \mu\text{sec}$ ;
- △ = 0,8 Torr;  $t_p = 4,1 \mu\text{sec}$ ;
- = 1,0 Torr;  $t_p = 4,3 \mu\text{sec}$ ;
- = 1,2 Torr;  $t_p = 5,0 \mu\text{sec}$ .

strahlung zu vermeiden, die Beleuchtung der Photokathode am Bildwandler mit Hilfe von Blenden und Neutralglasfiltern so stark reduziert werden, daß die weniger helle Umgebung des Pinch-Kernes nicht registriert wird, wodurch sich der relativ große Entladungsdurchmesser zum Pinch-Zeitpunkt erklärt. Um die Plasmabewegung in unmittelbarer Pinch-Nähe mit Bildwandlern zu verfolgen, muß der Pinch-Kern ausgeblendet werden, was bei den vorliegenden Aufnahmen noch nicht durchgeführt wurde.

Die Wellenlängen und Amplituden der Instabilitäten sind in Abb. 9 gegen  $t/t_p$  aufgezeichnet. Die Wellenlängen sind vom Druck abhängig, und zwar sind sie bei hohem Druck größer als bei niederem, was mit Hilfe der vorhandenen Entladungsdaten und Kenntnisse noch nicht gedeutet werden kann. Außerdem wachsen sie mit der Zeit, wofür qualitative Erklärungsversuche vorliegen<sup>2,7</sup>. Die Amplituden sind vom Druck unabhängig und wachsen mit der Zeit linear an. Demnach müßte bis zu dem Zeitpunkt, in dem die Beobachtungen einsetzen, das Anfangsstadium der Instabilitätenentwicklung nach dem RAYLEIGH-TAYLOR-Mechanismus, in dem die Ampli-

<sup>7</sup> D. W. ALLAN, CERN/FSG/13, European Study Group on Fusion [1960].

tuden exponentiell anwachsen, durchlaufen sein. Aus der Beschleunigung beim Einlaufen von etwa  $2 \cdot 10^{12} \text{ cm/sec}^2$ , die bei 1,2 Torr  $\text{H}_2$  aus Sondenmessungen von SCHINDLER<sup>8</sup> bestimmt wurde, ergibt

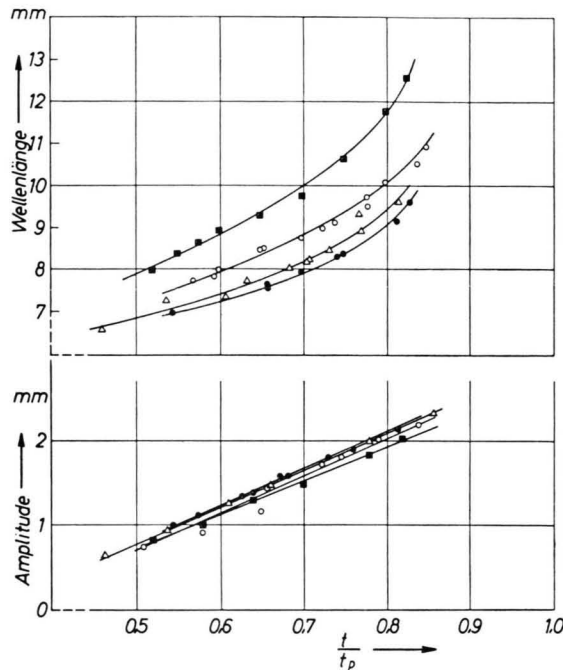


Abb. 9. Wellenlänge der Instabilitäten (oben), Amplitude der Instabilitäten (unten).

- = 0,6 Torr;  $t_p = 3,5 \mu\text{sec}$ ;
- △ = 0,8 Torr;  $t_p = 4,1 \mu\text{sec}$ ;
- = 1,0 Torr;  $t_p = 4,3 \mu\text{sec}$ ;
- = 1,2 Torr;  $t_p = 5,0 \mu\text{sec}$ .

sich mit einer mittleren Wellenlänge von 0,6 cm eine Ver-e-fachungszeit von etwa  $1,5 \cdot 10^{-7} \text{ sec}$ . Die Beobachtung setzt etwa  $2 \mu\text{sec}$  nach Entladungsbeginn ein, so daß bis dahin über 10 Ver-e-fachungsintervalle verfloßen sind, in denen die Amplituden einen solchen Wert erreicht haben, daß die weitere Zunahme linear erfolgt.

Eine theoretische Arbeit, die sich mit Instabilitäten vor dem ersten Pinch befaßt, liegt von WYLD vor<sup>1</sup>. Der Autor berücksichtigt in dieser Arbeit die Bewegung der Plasmaschicht während der Ausbildung der Instabilitäten, wohingegen in den grundlegenden Stabilitätsbetrachtungen von einem statischen Gleichgewichtszustand ausgegangen wird<sup>9, 10</sup>.

<sup>8</sup> H. SCHINDLER, Z. angew. Phys., im Druck.

<sup>9</sup> M. N. ROSENBLUTH u. C. L. LONGMIRE, Ann. Phys. **1**, 120 [1957].

<sup>10</sup> M. KRUSKAL u. M. SCHWARZSCHILD, Proc. Roy. Soc., Lond. A **223**, 348 [1954].

In der genannten Arbeit von WYLD werden das Einzelteilchenmodell, das Stoßwellenmodell und das Schneepflugmodell für den linearen Pinch dynamisch behandelt. Die beiden ersten Modelle sagen Instabilitäten während der ersten Kontraktion voraus, das letzte Modell dagegen Stabilität, womit es zur Deutung der Beobachtungen ausscheidet. Nach dem Einzelteilchenmodell sollte der Amplitudenverlauf durch folgenden Ausdruck beschrieben werden:

$$\frac{a(t)}{a(t_1)} = \frac{r(t_1)}{r(t)} \exp \left\{ -m^2 \left[ \frac{1}{k r(t)} - \frac{1}{k r(t_1)} \right] \right\},$$

für  $k r_0 > m$ .

Darin bedeutet  $a(t)$  die Amplitude und  $r(t)$  den Entladungsradius zur Zeit  $t$ .  $t_1$  ist ein beliebiger vor  $t$  liegender Zeitpunkt. Für die  $m = 0$ -Instabilität wird der Exponentialfaktor gleich 1 und das Produkt aus Amplitude und Radius sollte zeitlich konstant sein. In Abb. 10 ist das aus Meßwerten gebildete Produkt aufgetragen, das bei keinem Druck

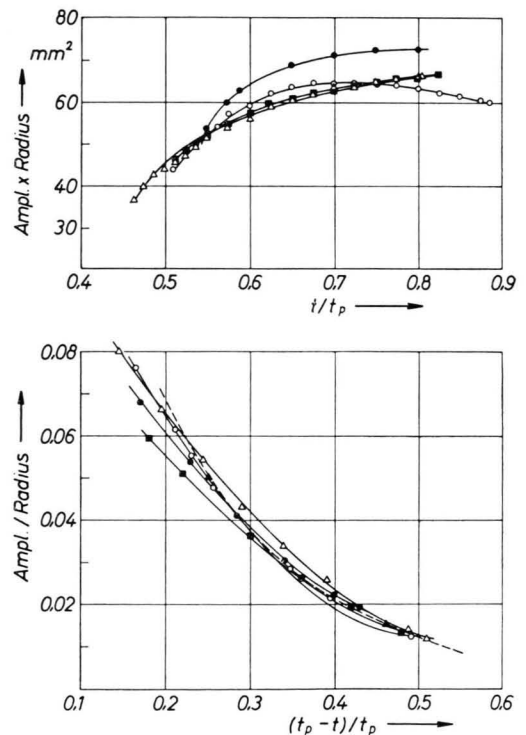


Abb. 10. Produkt (oben) und Verhältnis (unten) von Instabilitätenamplitude und Radius gegen die Zeit; gestrichelte Kurve errechnet.

- = 0,6 Torr;  $t_p = 3,5 \mu\text{sec}$ ;
- △ = 0,8 Torr;  $t_p = 4,1 \mu\text{sec}$ ;
- = 1,0 Torr;  $t_p = 4,3 \mu\text{sec}$ ;
- = 1,2 Torr;  $t_p = 5,0 \mu\text{sec}$ .



konstant ist, woraus zu schließen ist, daß das Einzelteilchenmodell zur Beschreibung der hier untersuchten Entladungen nicht geeignet ist.

Die Voraussetzungen für die Anwendbarkeit der Stoßwellentheorie von GUDERLY<sup>11</sup> sind bei den betrachteten Entladungen erfüllt: da die LORENTZ-Kraft gegenüber dem immer stärker werdenden Druckgradienten hinter der Stoßfront immer weniger ins Gewicht fällt, je weiter die Entladung nach innen gelaufen ist, kann man, abgesehen vom Entladungsbeginn, die Stoßwelle als kräftefrei ansehen, was auch durch numerische Berechnungen von KOLLER<sup>12</sup> bestätigt wurde. Außerdem ist den Sweep-Aufnahmen, in denen die reflektierte Stoßwelle sehr gut zu verfolgen ist, zu entnehmen, daß der Entladungsverlauf wesentlich durch die Stoßwellen bestimmt wird.

Die von WYLD aus dem Stoßwellenmodell abgeleitete Amplitudenbeziehung lautet:

$$a(t)/r(t) \propto [f_1/(-t)] + f_2.$$

<sup>11</sup> G. GUDERLY, Luftfahrt-Forschung **19**, 302 [1942].

<sup>12</sup> A. KOLLER, Z. angew. Math. Mech., im Druck.

Der Nullpunkt der Zeitskala ist hierbei in den Pinch-Zeitpunkt gelegt.  $a$  und  $r$  bedeuten wieder Amplitude der Instabilität bzw. Radius der Entladung, und  $f_1$  und  $f_2$  sind zeitunabhängige Parameter. In dem unteren Diagramm der Abb. 10 ist das Verhältnis von Amplitude zu Radius gegen  $(t_p - t)/t_p$  aufgetragen. Die gestrichelte Kurve wurde aus dem vorstehenden Ausdruck errechnet, wobei die Werte für  $f_1$  und  $f_2$  durch die beiden als schwarze Dreiecke gezeichneten Punkte festgelegt wurden. Die in Anbetracht der mehrmaligen Bildumsetzungen und der damit verbundenen Fehler gute Übereinstimmung des errechneten und gemessenen Amplitudenverlaufes läßt die Annahme zu, daß die beobachteten Instabilitäten den von WYLD aus der Stoßwellentheorie berechneten entsprechen.

Herrn Prof. H. MAECKER möchte ich für die Anregung zu dieser Arbeit danken. Herrn Dipl.-Math. A. KOLLER danke ich für wertvolle Hinweise und Diskussionen. Fräulein U. RINKE und Herrn K. RICKAL danke ich für ihre Hilfe bei der Durchführung und Auswertung der Messungen.

## Zur Axiomatik der Diracschen $\gamma$ -Operatoren im Riemannschen Raum

Von ERNST SCHMUTZER

Aus dem Theoretisch-Physikalischen Institut der Universität Jena

(Z. Naturforschg. **17 a**, 685—692 [1962]; eingegangen am 21. Mai 1962)

While usually  $\gamma^\nu \gamma^\mu + \gamma^\mu \gamma^\nu = 2 g^{\mu\nu}$  is considered as the fundamental relation for the definition of DIRAC's  $\gamma$ -operators in curved space in our axiomatic foundation this relation is a derived one being deduced from the fundamental axiom (11). Starting from this axiom in § 1 the  $\gamma$ -algebra in curved space is developed. In § 2 the choice of hermitean  $\gamma$ -operators in curved space is investigated. § 3 is occupied with the fundamental problem of splitting the  $\gamma$ -operators into PAULI's  $\sigma$ -operators, i. e. with the problem of the connexion of bispinor and spinor formalism. All computations are based on general curved coordinates fully avoiding the tedious orthogonal Vierbein-formalism.

Im Zusammenhang mit der Theorie der Elementarteilchen und der Beziehung zwischen Invarianz und Erhaltung spielt bekanntlich die Theorie der Spinoren bzw. Bispinoren im RIEMANNschen Raum (oder auch im MINKOWSKI-Raum in krummlinigen Koordinaten) eine große Rolle. Auf Einzelheiten wurde bereits in früheren Arbeiten<sup>1</sup> des Verfassers eingegangen, die sich mit der Theorie der Spinoren beschäftigt hatten, die man in analytischer Hinsicht als weitgehend abgeschlossen ansehen kann. Wesentlich anders ist dagegen die Situation in der Theorie

der Bispinoren in beliebigen Koordinaten. Wir erwähnen dazu die in letzter Zeit erschienenen Arbeiten von FLETCHER<sup>2</sup>, GREEN<sup>3</sup>, NAKAMURA und TOYODA<sup>4</sup> sowie RODIČEV<sup>5</sup>, die sich mit verschiedenen Aspekten der Bispinortheorie beschäftigen. Eine besonders interessante und, wie uns scheint, noch nicht tiefgründig genug geklärte Frage ist dabei diejenige, inwieweit sich nämlich tatsächlich die Theorie der Bispinoren im RIEMANNschen Raum allgemein kovariant aufbauen läßt.

Während die Theorie der Spinoren in völlig belie-

<sup>1</sup> E. SCHMUTZER, Z. Naturforschg. **15 a**, 355, 831 [1960]; **16 a**, 825 [1961].

<sup>2</sup> J. G. FLETCHER, Nuovo Cim. **8**, 451 [1958].

<sup>3</sup> H. S. GREEN, Proc. Roy. Soc., Lond. **245**, 521 [1958]; Nucl. Phys. **7**, 373 [1958].

<sup>4</sup> H. NAKAMURA u. T. TOYODA, Nucl. Phys. **22**, 524 [1961].

<sup>5</sup> V. I. RODIČEV, J. Exp. Theor. Phys. **40**, 1469 [1961] (russ.).